

کوچک‌ترین مخرج مشترک دو کسر

با ساده کردن مخرج‌ها

● احمد حیدری / بازنویسی: سپیده چمن آرا

کلیدواژه‌ها: کسر، کوچک‌ترین مخرج مشترک کسرها، ساده کردن کسرها

برای اینکه بتوانیم دو کسر را که مخرجشان با هم متفاوت است، جمع یا تفریق کنیم، باید آن‌ها را هم مخرج کنیم، یا به قول معروف، بین آن‌ها مخرج مشترک بگیریم. مثلاً اگر بخواهیم دو کسر $\frac{5}{6}$ و $\frac{4}{9}$ را با هم جمع کنیم، باید کسرهایی مساوی با $\frac{5}{6}$ و $\frac{4}{9}$ بیابیم که مخرج یکسان داشته باشند؛ مثل $\frac{30}{36}$ و $\frac{16}{24}$ یا $\frac{45}{54}$ و $\frac{36}{54}$. برای مقایسه کسرها نیز گاهی لازم می‌شود که «مخرج مشترک بگیریم»! به هر حال مخرج مشترک گرفتن، یا در واقع یافتن یک مضرب مشترک برای مخرج‌های دو یا چند کسر، خیلی جاها لازم می‌شود. از طرف دیگر، بسیاری مواقع برای اینکه عددها خیلی بزرگ نشوند، به دنبال کوچک‌ترین مخرج مشترک کسرها هستیم.

در زیر روشی برای یافتن کوچک‌ترین مخرج مشترک دو کسر می‌بینید:

فرض کنید می‌خواهیم حاصل $\frac{5}{6} + \frac{4}{9}$ را پیدا کنیم و برای این کار لازم است مخرج مشترک دو کسر را بیابیم. نخست مخرج‌ها را به صورت یک کسر می‌نویسیم:

$$\frac{6}{9} \quad (\text{یا } \frac{2}{3}, \text{ فرقی نمی‌کند})$$

سپس این کسر را کاملاً ساده می‌کنیم:

$$\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

حال تناسب حاصل را طرفین - وسطین می‌کنیم:

$$9 \times 2 = 6 \times 3 = 18$$

حاصل ۱۱۲ را با مخرج بعدی که از بقیه بزرگ‌تر است در نظر می‌گیریم:

$$\frac{112}{12} = \frac{28}{3} \xrightarrow{3 \times 112 = 12 \times 28 = 336} \text{طرفین - وسطین}$$

و به همین ترتیب ادامه می‌دهیم تا کوچک‌ترین مخرج مشترک همه کسرها به دست آید:

$$\frac{336}{8} = \frac{42}{1} \xrightarrow{336 \times 1 = 8 \times 42 = 336} \text{طرفین - وسطین}$$

پس کوچک‌ترین مخرج مشترک همه کسرها، ۳۳۶ است و داریم:

$$\begin{aligned} & \frac{5}{12} + \frac{3}{16} - \frac{1}{8} + \frac{2}{1} - \frac{3}{14} \\ &= \frac{(5 \times 28) + (3 \times 7 \times 3) - (1 \times 14 \times 3) + (2 \times 336)}{336} \end{aligned}$$

آیا می‌توانید توضیح دهید چگونه فهمیدیم صورت هر کسر را باید در چه عددی ضرب کنیم تا کسرها هم‌مخرج شوند؟ به محاسبات بالا نگاهی دوباره بیندازید.

پس کوچک‌ترین مخرج مشترک کسرهای $\frac{4}{9}$ و $\frac{5}{6}$ ، عدد ۱۸ است، و داریم

$$\frac{4}{9} + \frac{5}{6} = \frac{8}{18} + \frac{15}{18} = \frac{23}{18}$$

به مثال دیگری توجه کنید. می‌خواهیم حاصل $\frac{1}{6} - \frac{7}{8}$ را پیدا کنیم و باید بین کسرها مخرج مشترک بگیریم:

$$\frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

\downarrow طرفین - وسطین

$$3 \times 8 = 6 \times 4 = 24$$

\downarrow کوچک‌ترین مخرج مشترک، ۲۴ است

$$\frac{21}{24} - \frac{4}{24} = \frac{17}{24}$$

باز هم مثالی دیگر: اگر بخواهیم دو کسر $\frac{17}{48}$ و $\frac{13}{64}$ را با هم مخرج کردن کسرها با هم مقایسه کنیم، باید مراحل زیر را طی کنیم:

$$\frac{48}{64} = \frac{24}{32} = \frac{12}{16} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

\downarrow تناسب با ساده‌ترین کسر

$$\frac{48}{64} = \frac{3}{4}$$

\downarrow طرفین - وسطین

$$4 \times 48 = 3 \times 64 = 192$$

\downarrow کوچک‌ترین مخرج مشترک، ۱۹۲ است

$$\frac{17}{64} = \frac{3 \times 17}{3 \times 64} = \frac{51}{192} \quad \text{و} \quad \frac{13}{48} = \frac{4 \times 13}{4 \times 48} = \frac{52}{192}$$

توجه کنید که از روی طرفین - وسطین معلوم است که برای نوشتن کسرهای مساوی با کسرهای اولیه، باید صورت و مخرج آن‌ها را در چه عده‌ای ضرب کنیم.

حال یک سؤال مهم مطرح می‌شود: چگونه از این روش برای یافتن کوچک‌ترین مخرج مشترک چند کسر استفاده کنیم؟ برای اینکه پاسخ این سؤال را ببینید، به مثال زیر توجه کنید:

$$\frac{5}{12} + \frac{3}{16} - \frac{1}{8} + \frac{2}{1} - \frac{3}{14}$$

نخست دو مخرجی را که از همه بزرگ‌تر هستند در نظر می‌گیریم و بین آن‌ها کوچک‌ترین مخرج مشترک را می‌بابیم:

$$\frac{14}{16} = \frac{7}{8} \xrightarrow{\text{طرفین - وسطین}} 8 \times 14 = 7 \times 16 = 112$$